

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОГЕННОГО РИСКА СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИ ГАММА-РАСПРЕДЕЛЕНИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ИСХОДНЫХ СОБЫТИЙ И УЩЕРБА

В. А. Острейковский, А. С. Павлов, М. А. Погореловский

Введение

Большой раздел современной теории безопасности сложных технических систем (СТС) посвящен анализу и оценке риска [1–4], в которых риск используется в качестве одного из важных критериев безопасности. Весьма существенным фактором является то, что ущербы от аварий и катастроф критически важных объектов (КВО) оцениваются от $10^3 \div 10^4$ до $10^{10} \div 10^{11}$ долл. на каждую катастрофу с периодом ΔT их возникновения, показанные на рис. 1 и в табл. 1 [2, 5].

Таблица 1

Характеристики рисков аварий и катастроф

Класс аварий и катастроф	Q (1/год)	C (долл.)	R (долл./год)
Локальные	$5,0 \cdot 10^0$	$5,0 \cdot 10^3$	$2,5 \cdot 10^4$
Объектные	$1,2 \cdot 10^0$	$4,0 \cdot 10^5$	$4,8 \cdot 10^5$
Местные	$5,0 \cdot 10^{-1}$	$7,0 \cdot 10^6$	$3,5 \cdot 10^6$
Региональные	$1,6 \cdot 10^{-1}$	$1,0 \cdot 10^8$	$1,6 \cdot 10^7$
Национальные	$1,2 \cdot 10^{-1}$	$1,5 \cdot 10^9$	$1,8 \cdot 10^8$
Глобальные	$8,0 \cdot 10^{-1}$	$1,0 \cdot 10^{10}$	$8,0 \cdot 10^8$

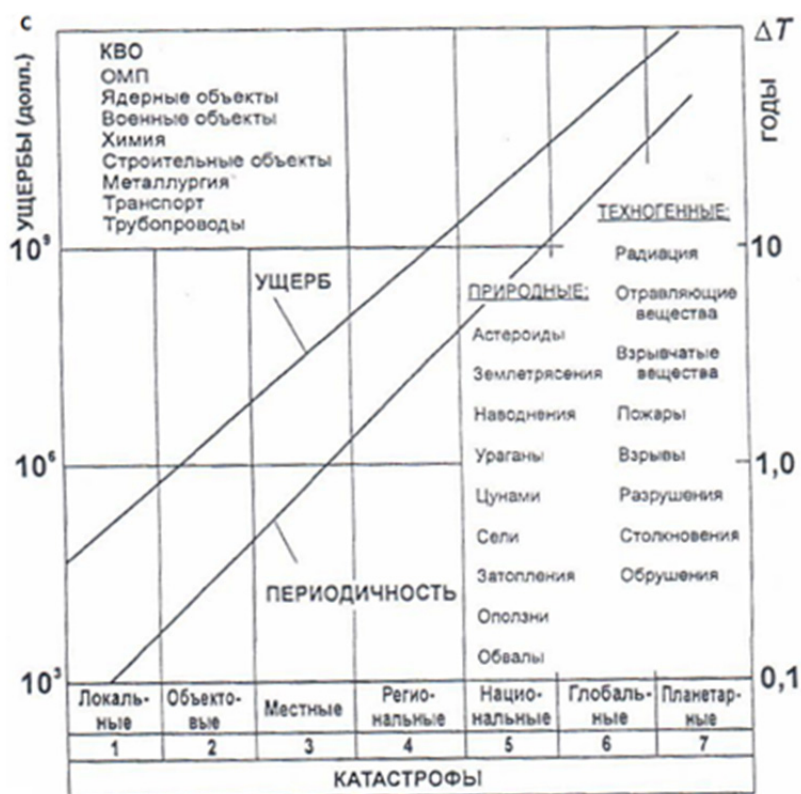


Рис. 1. Ущерб и периодичность природных и техногенных катастроф

Приведенные на рис. 1 и в табл. 1 данные получены в результате «обобщения значительного объема исходной информации по техногенным авариям в СТС, было выполнено в последние два десятилетия институтами Российской академии наук, МЧС России, Минобрнауки России, Ростехнадзора России, Росатома России, в рамках Государственной научно-технической программы «Безопасность населения народнохозяйственных объектов с учетом риска возникновения природных и технических катастроф» (1991–2000 гг.) и Федеральной целевой программы «Снижение рисков и смягчение последствий чрезвычайной ситуации природного и техногенного характера в Российской Федерации» (2000–2015 гг.). При реализации программ был проведен анализ и обобщение информации по базовым характеристикам, условиям и сценариям возникновения аварий в сложных технических системах различных типов. Потенциально СТС могут создавать катастрофы следующих классов (от 7-го до 1-го): планетарные, глобальные, национальные, региональные, местные, объектовые и локальные (см. рис. 1). В зависимости от класса аварий и катастроф (начиная от глобальных и кончая локальными) для каждого из них были оценены ущербы и периодичность возникновения.

В официальных документах Российской Федерации используются шесть классов катастроф (от 6-го до 1-го): трансграничные (эквивалентные глобальным), федеральные (эквивалент национальным), региональные, местные, объектовые и локальные. По результатам этого обобщения была построена классификация катастроф с оценкой ущербов C и периодичности ΔT их возникновения (см. табл. 1). При этом величина C на каждую катастрофу уменьшается от $10^{10} \div 10^{11}$ до $10^3 \div 10^4$ долл., а периодичность их возникновения – от $(3 \div 5) \cdot 10^1$ до 10^{-1} лет. Таким образом, вариация ущербов (долл./катастрофа) для различных типов катастроф может достигать семи порядков, а вероятность возникновения $Q = 1/\Delta T$ (1/год) – трех порядков [5].

При решении задач по обеспечению безопасности СТС ключевым понятием является понятие риска. Риск определяется через функционал F_R вероятности наступления катастрофы (природного или техногенного характера) и величины ущерба:

$$R = F_R\{Q, C\} = \sum_{i=1}^n R_i = \sum_{i=1}^n Q_i C_i, \quad (1)$$

где n – количество сценариев S ($i=1, 2, \dots, n$) развития аварий в СТС, Q_i и U_i , ($i=1, 2, \dots, n$) – соответственно, вероятности реализации различных сценариев достижения предельных состояний и ущерба, соответствующие этим сценариям, R – риск, связанный с природно-техногенной катастрофой.

В случае, если дискретизация по возможным сценариям аварий не производится и ущерб C считается непрерывной случайной величиной, функционал риска может быть записан как

$$R = F_R\{P, U\} = \int p(u) u du, \quad (2)$$

где $p(u)$ – функция плотности распределения ущерба [5].

Следует сказать, что в выражениях (1) и (2), и следовательно, в табл. 1 предполагается независимость между собой случайных величин исходных событий аварий и ущерба C от них, а также вид и значения параметров законов распределения вероятностей и ущерба.

В работах [4, 6] детально рассмотрены аспекты оператора H

$$R = H\{Q \cdot C\} \quad (3)$$

для различных законов распределения $f_Q(q), f_C(c) u f_R(r)$. Целью настоящей статьи является получение и анализ значений риска R для случая, когда случайные величины вероятностей исходных событий аварий и катастроф Q и ущерб от них C имеют распространенное в математической статистике и теории надежности гамма-распределение.

1. Характеристика гамма-распределения

Гамма-распределение широко используется в теории надежности и в теории массового обслуживания. Нарботка между несмежными отказами подчиняется гамма-распределению. Этому

распределению подчиняется сумма независимых случайных величин, каждая из которых имеет экспоненциальное распределение.

Гамма-распределение задается функциями

$$F(x) = P\{x\} = 1 - e^{-\frac{x}{\theta}} \sum_{i=0}^{k-1} \frac{1}{i!} \left(\frac{x}{\theta}\right)^i = e^{-\frac{x}{\theta}} \sum_{i=k}^{\infty} \frac{1}{i!} \left(\frac{x}{\theta}\right)^i, \quad (4)$$

$$f(x) = \begin{cases} x^{k-1} \frac{e^{-x/\theta}}{\theta^k \Gamma(k)}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}, \quad (5)$$

где $\Gamma(k)$ – гамма-функция Эйлера. Иногда используют другую параметризацию семейства гамма-распределений, а именно: вводят третий параметр – сдвиг.

Основные числовые характеристики этого распределения:

- среднее $M = k\theta$;
- дисперсия $D = k\theta^2$.

Гамма-распределение с целочисленным значением параметра называется также распределением Эрланга. Частными случаями гамма-распределения являются экспоненциальное распределение и распределение хи-квадрат:

$$\Gamma(1/\theta, 1) \equiv \text{Exp}(\theta); \Gamma(2, n/2) \equiv \chi^2(n).$$

2. Аналитические зависимости для оценки показателей техногенного риска при независимых случайных величинах вероятностей исходных событий и ущерба

При анализе риска СТС вероятность Q и ущерб C можно рассматривать как случайные величины, которые имеют свои распределения $f_Q(q)$ и $f_C(c)$. Ущерб C есть случайная величина, а вероятность события Q также может считаться величиной случайной, потому что она оценивается с некоторой степенью достоверности по ограниченной выборке (например, по статистике аварий). Тогда мы имеем систему двух случайных величин с заданными распределениями и можем ставить вопрос о поиске совместного распределения $f_{QC}(q, c)$. При этом возможно два варианта предположений: случайные величины Q и C независимы (некоррелированы); случайные величины Q и C зависимы (коррелированы).

В [4, 6] показано, что функция распределения случайной величины риска R имеет вид

$$F_R(r) = P(R < r) = P(R < q, c) = \iint_W f_{QC}(q, c) dq dc = \int_0^{1/r} \int_0^q f_{QC}(q, c) dq dc, \quad (6)$$

а плотность распределения $f_R(r)$ равна

$$f_R(r) = \int_0^1 \frac{1}{q} f\left(q, \frac{r}{q}\right) dq. \quad (7)$$

Область интегрирования W подчинена условиям

$$W: \begin{cases} 0 \leq q \leq 1; \\ 0 \leq c \leq \frac{r}{q}. \end{cases}$$

Таким образом, зная вид законов распределения и значения их параметров $f_Q(q)$ и $f_C(c)$, можно определить вид и значения параметров функций распределения $F_R(r)$ и плотности $f_R(r)$ техногенного риска. Формулы (6), (7) при независимых величинах вероятности и ущерба видоизменяются следующим образом:

$$F_R(r) = \int_0^1 \int_0^{1/q} f_Q(q) f_C(c) dq dc, \quad (8)$$

$$f_R(r) = \int_0^1 \frac{1}{q} f_Q(q) f_C\left(\frac{r}{q}\right) dq. \quad (9)$$

Получим аналитическое выражение для функции плотности распределения риска в случае, если вероятность и ущерб имеют одинаковое распределение. Согласно формулам (8) и (9), подставив выражения, описывающие функции и плотности гамма-распределения вероятности и ущерба (4) и (5), получим

$$\begin{aligned} f_R(r) &= \int_0^1 \frac{1}{q} f_Q(q) f_C\left(\frac{r}{q}\right) dq = \int_0^1 \frac{1}{q} q^{k_q-1} \frac{e^{-q/\theta_q}}{\theta_q^{k_q} \Gamma(k_q)} \left(\frac{r}{q}\right)^{k_c-1} \frac{e^{-r/q\theta_c}}{\theta_c^{k_c} \Gamma(k_c)} dq = \\ &= \frac{1}{\theta_q^{k_q} \theta_c^{k_c} \Gamma(k_q) \Gamma(k_c)} \int_0^1 \frac{1}{q} q^{k_q-1} \left(\frac{r}{q}\right)^{k_c-1} e^{-\frac{q}{\theta_q} - \frac{r}{q\theta_c}} dq = \\ &= \frac{r^{k_c-1}}{\theta_q^{k_q} \theta_c^{k_c} \Gamma(k_q) \Gamma(k_c)} \int_0^1 q^{k_q-k_c-1} e^{-\frac{q}{\theta_q} - \frac{r}{q\theta_c}} dq; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} F_R(r) &= \int_0^1 \int_0^c q^{k_q-1} \frac{e^{-q/\theta_q}}{\theta_q^{k_q} \Gamma(k_q)} c^{k_c-1} \frac{e^{-c/\theta_c}}{\theta_c^{k_c} \Gamma(k_c)} dc dq = \\ &= \frac{1}{\theta_q^{k_q} \theta_c^{k_c} \Gamma(k_q) \Gamma(k_c)} \int_0^1 \int_0^c q^{k_q-1} c^{k_c-1} e^{-q/\theta_q - c/\theta_c} dc dq. \end{aligned} \quad (11)$$

3. Математическое моделирование функций плотности распределения техногенного риска

Для выполнения численного эксперимента были выбраны сочетания параметров закона гамма-распределения случайных величин Q и C , представленные в табл. 2. Обоснования конкретных значений параметров распределений выбранных законов взяты на основании большого числа статистических исследований, выполненных авторами данной статьи на кафедре информатики и вычислительной техники Сургутского государственного университета и на кафедре АСУ Обнинского института атомной энергетики Национального исследовательского ядерного университета Московского инженерно-физического института применительно к надежности и безопасности оборудования систем посадки самолетов Сургутского аэропорта.

Таблица 2

План численного эксперимента

Номер функции	Распределение случайных величин		Значения параметров распределения			
	Q	C	Q		C	
1	Гамма	Гамма	$k_q = 2$	$\theta_q = 2$	$k_c = 2$	$\theta_c = 2$
2	Гамма	Гамма	$k_q = 1$	$\theta_q = 2$	$k_c = 1$	$\theta_c = 2$
3	Гамма	Гамма	$k_q = 3$	$\theta_q = 2$	$k_c = 3$	$\theta_c = 2$

Для численного моделирования были использованы программные продукты MathCad, MathLab и Maple. Программный продукт Maple для решения данной конкретной задачи оказался более эффективным в силу удобства входного языка работы с функциями и наличием возможности аналитического решения отдельных математических задач, что трудно сделать с помощью пакетов MathCad и MathLab.

Для более наглядного представления результатов моделирования были построены графики полученных функций плотности распределения риска $f_R(r)$ (рис. 2–4).

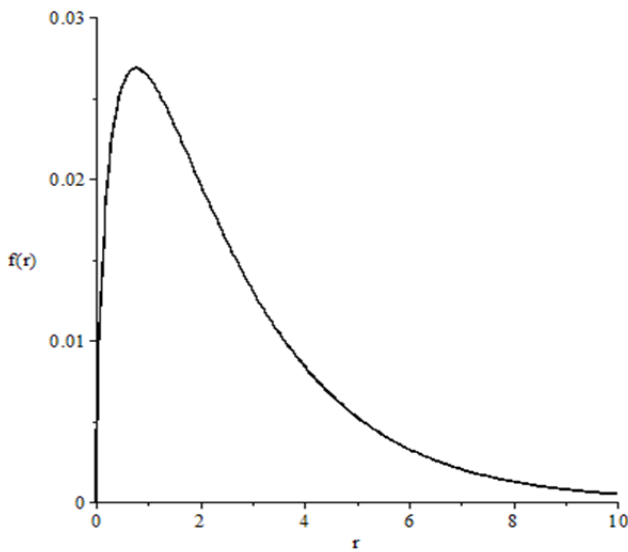


Рис. 2. Зависимость плотности распределения риска $f_R(r)$ для гамма-распределения Q и C величин с параметрами: $k_q = 2$; $\theta_q = 2$; $k_c = 2$; $\theta_c = 2$

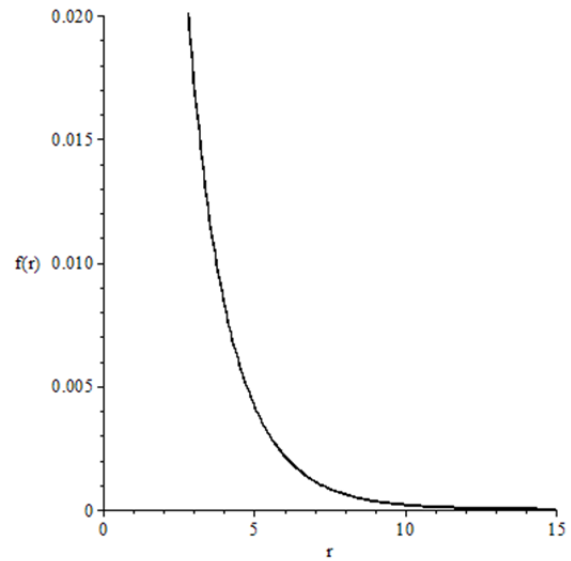


Рис. 3. Зависимость плотности распределения риска $f_R(r)$ для гамма-распределения случайных величин Q и C с параметрами: $k_q = 1$; $\theta_q = 2$; $k_c = 1$; $\theta_c = 2$

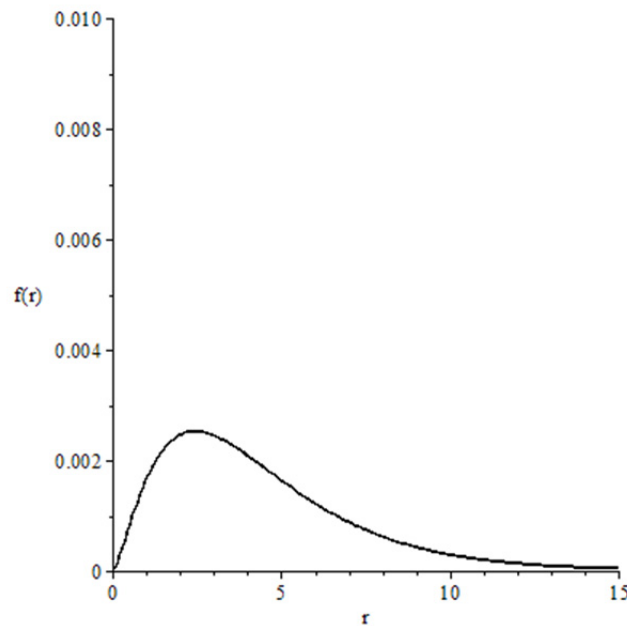


Рис. 4. Зависимость плотности распределения риска $f_R(r)$ для гамма-распределения случайных величин Q и C с параметрами: $k_q = 3$; $\theta_q = 2$; $k_c = 3$; $\theta_c = 2$

4. Аналитические зависимости для оценки показателей техногенного риска при зависимых случайных величинах вероятностей исходных событий и ущерба

Рассмотрим класс моделей техногенного риска, когда допущение о независимости случайных величин Q и C снимается. Пусть ущерб является функцией вероятности исходных событий:

$$c = \alpha(q).$$

В [4] показано, что риск с учетом зависимости между вероятностью исходных событий и ущербом определяется по формуле

$$F_R(q, c) = \iint_{W_1} f_C(q, c) f_Q(q) dc dq, \quad (12)$$

где область интегрирования W_1 подчинена условиям

$$W_1: \begin{cases} 0 \leq q \leq 1; \\ 0 \leq c \leq \alpha(q). \end{cases}$$

Предварительный анализ выражений, полученных по формуле (12) для различных законов распределения Q и C , показывает, что они не могут быть получены в классе элементарных функций. Поэтому для получения численных значений распределения риска следует использовать либо методы численного интегрирования на ЭВМ, либо разложение подынтегральной функции в ряд Тейлора с последующим интегрированием в конечных пределах. В обоих случаях удастся вычислить значение $F_R(q, c)$ с любой наперед заданной точностью.

Значение $F_R(q, c)$, определенное по формуле (12), существенно зависит как от вида функции связи между Q и C $\alpha(q)$, так и от значения параметров этой функции. Весьма существенно также то, каким законам распределения подчиняется вероятность исходных событий.

В зависимости от видов функции, связывающей вероятность исходных событий и ущерб, целесообразно рассмотреть несколько случаев:

1) переменные СВ Q и C зависимы (имеют корреляцию). В этом случае при вычислении интеграла (12) учитываются связи первого порядка (линейная регрессия):

$$c = \alpha(q);$$

переменные СВ Q и C зависимы. Интеграл (11) вычисляется с учетом экспоненциальности функции, связывающей Q и C :

$$c = \alpha(q) = k_0 e^{-k_1 q}. \quad (13)$$

Случай 1.

Пусть случайные величины ущерба и вероятности исходных событий имеют линейную зависимость

$$c = k_0 - k_1 q.$$

Подробный вывод формул для функции и плотности распределения риска представлен в [4, 6]:

$$F_R\left(q, \frac{r}{q}\right) = \frac{1}{k_1} \int_0^{1/q} \int_0^q f_Q\left(\frac{k_0 - \frac{r}{q}}{k_1}\right) f_Q(q) d\frac{r}{q} dq, k_1 \neq 0; \quad (14)$$

$$f_R\left(q, \frac{r}{q}\right) = \frac{1}{k_1} \int_0^1 \frac{1}{q} f_Q\left(\frac{k_0 - \frac{r}{q}}{k_1}\right) f_Q(q) dq, k_1 \neq 0. \quad (15)$$

Получим аналитическое выражение для функции и плотности распределения риска в случае, если вероятность и ущерб имеют одинаковое гамма-распределение. С этой целью подставим в формулы (14), (15) выражения, описывающие функции распределения $F_R(r)$ и плотности распределения риска $f_R(r)$ для гамма-распределения, и получим

$$\begin{aligned}
 f_R(r) &= \frac{1}{k_1} \int_0^1 \frac{1}{q} q^{k_q-1} \frac{e^{-q/\theta_q}}{\theta_q^{k_q} \Gamma(k_q)} \left(\frac{k_0 - r/q}{k_1} \right)^{k_q-1} \frac{e^{-\frac{k_0-r/q}{k_1\theta_q}}}{\theta_q^{k_q} \Gamma(k_q)} dq = \\
 &= \frac{1}{k_1 \theta_q^{2k_q} \Gamma(k_q)^2} \int_0^1 q^{k_q-2} \left(\frac{k_0 - r/q}{k_1} \right)^{k_q-1} e^{-\left(\frac{q}{\theta_q} + \frac{k_0-r/q}{k_1\theta_q} \right)} dq; \quad (16)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_R(q, c) &= \frac{1}{k_1} \int_0^1 \int_0^{\alpha(q)} q^{k_q-1} \frac{e^{-q/\theta_q}}{\theta_q^{k_q} \Gamma(k_q)} \left(\frac{k_0 - c}{k_1} \right)^{k_q-1} \frac{e^{-\frac{k_0-c}{k_1\theta_q}}}{\theta_q^{k_q} \Gamma(k_q)} dcdq = \\
 &= \frac{1}{k_1^{k_q} \theta_q^{2k_q} \Gamma(k_q)^2} \int_0^1 \int_0^{\alpha(q)} q^{k_q-1} e^{-q/\theta_q} (k_0 - c)^{k_q-1} e^{-\frac{k_0-c}{k_1\theta_q}} dcdq = \\
 &= \frac{1}{k_1^{k_q} \theta_q^{2k_q} \Gamma(k_q)^2} \int_0^1 \int_0^{\alpha(q)} q^{k_q-1} (k_0 - c)^{k_q-1} e^{-\frac{q}{\theta_q} - \frac{k_0-c}{k_1\theta_q}} dcdq. \quad (17)
 \end{aligned}$$

Случай 2.

Пусть случайные величины ущерба и вероятности исходных событий имеют экспоненциальную зависимость

$$c = k_0 e^{-k_1 q}.$$

Подробный вывод формул для функции и плотности распределения риска представлен в [2]:

$$F_R\left(q, \frac{r}{q}\right) = \frac{1}{k_1} \int_0^1 \int_0^{\frac{r}{q}} \frac{1}{r} f_Q\left(\frac{\ln k_0 - \ln \frac{r}{q}}{k_1}\right) f_Q(q) d\frac{r}{q} dq, \quad (k_0, k_1 > 0); \quad (18)$$

$$f_R\left(q, \frac{r}{q}\right) = \frac{1}{rk_1} \int_0^1 f_Q\left(\frac{\ln k_0 - \ln \frac{r}{q}}{k_1}\right) f_Q(q) dq, \quad (k_0, k_1 > 0). \quad (19)$$

Получим аналитическое выражение для функции и плотности распределения риска в случае, если вероятность и ущерб имеют одинаковое гамма-распределение. Подставив выражения в формулы (18) и (19), описывающие функции и плотности распределения и ущерба, и для гамма-распределения получим

$$\begin{aligned}
 f_R(r) &= \frac{1}{rk_1} \int_0^1 q^{k_q-1} \frac{e^{-q/\theta_q}}{\theta_q^{k_q} \Gamma(k_q)} \left(\frac{\ln k_0 - \ln \frac{r}{q}}{k_1} \right)^{k_q-1} \frac{e^{-\frac{\ln k_0 - \ln \frac{r}{q}}{k_1\theta_q}}}{\theta_q^{k_q} \Gamma(k_q)} dq = \\
 &= \frac{1}{rk_1 k_1^{k_q-1} \theta_q^{2k_q} (\Gamma(k_q))^2} \int_0^1 q^{k_q-1} \left(\ln \frac{k_0 q}{r} \right)^{k_q-1} e^{-q/\theta_q} e^{-\frac{1}{k_1\theta_q} \ln \frac{k_0 q}{r}} dq = \\
 &= \frac{1}{rk_1^{k_q} \theta_q^{2k_q} (\Gamma(k_q))^2} \int_0^1 \left(q \ln \frac{k_0 q}{r} \right)^{k_q-1} e^{-q/\theta_q - \frac{1}{k_1\theta_q} \ln \frac{k_0 q}{r}} dq; \quad (20)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_R(q, c) &= \frac{1}{k_1} \int_0^{1/\alpha(q)} \int_0^1 \frac{1}{c} q^{k_q-1} \frac{e^{-q/\theta_q}}{\theta_q^{k_q} \Gamma(k_q)} \left(\frac{\ln(k_0/c)}{k_1} \right)^{k_q-1} \frac{e^{-\frac{\ln(k_0/c)}{k_1 \theta_q}}}{\theta_q^{k_q} \Gamma(k_q)} dcdq = \\
 &= \frac{1}{k_1^{k_q} \theta_q^{2k_q} \Gamma(k_q)^2} \int_0^{1/\alpha(q)} \int_0^1 \frac{1}{c} q^{k_q-1} e^{-q/\theta_q} (\ln(k_0/c))^{k_q-1} e^{-\frac{\ln(k_0/c)}{k_1 \theta_q}} dcdq = \\
 &= \frac{1}{k_1^{k_q} \theta_q^{2k_q} \Gamma(k_q)^2} \int_0^{1/\alpha(q)} \int_0^1 \frac{1}{c} q^{k_q-1} (\ln(k_0/c))^{k_q-1} e^{-\frac{q}{\theta_q} - \frac{\ln(k_0/c)}{k_1 \theta_q}} dcdq. \quad (21)
 \end{aligned}$$

Таким образом, получены новые аналитические зависимости функций и плотностей распределения техногенного риска для гамма-распределения C и Q случайных величин при линейной и экспоненциальной зависимости этих величин.

5. Математическое моделирование функций плотности распределения техногенного риска для различных форм зависимости ущерба от вероятности исходных событий

5.1. Плотность распределения техногенного риска для случая линейной зависимости ущерба от вероятности исходных событий

Для дальнейшего исследования необходимо выбрать и обосновать значения параметров в законах распределения и провести моделирование функций плотности распределения риска.

Перейдем к определению величины коэффициентов линейной зависимости $c = k_0 - k_1 q$. Рассмотрим рис. 5, где пунктиром обозначена связь между ущербом от технических аварий и частотой их встречаемости, взятых из [7].

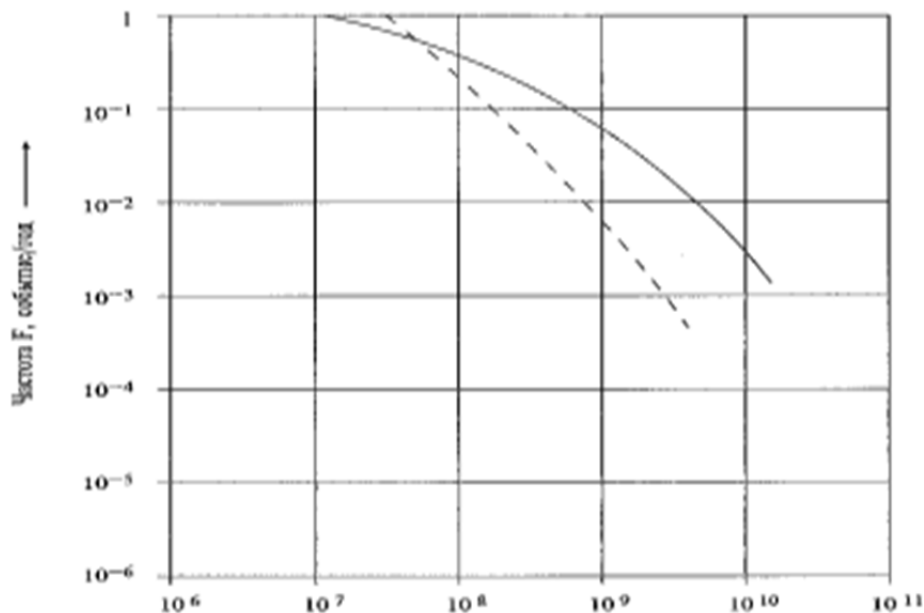


Рис. 5. Объем ущерба в результате технических и природных катастрофических событий: сплошная линия – природные катаклизмы; пунктирная линия – аварии

На основе анализа этой зависимости определим порядок величины коэффициентов k_0 и k_1 отдельно для участков частоты от 10^{-4} до 10^{-3} и от 10^{-3} до 10^{-2} . Данная линия (пунктир) в дважды логарифмическом масштабе может быть заменена кусочно-линейной. В диапазоне частот от 10^{-2} до 10^{-3} ущерб меняется от $9 \cdot 10^8$ до $5 \cdot 10^9$ долл. Отсюда значение $k_1 = 4,56 \cdot 10^{11}$ и $k_0 = 5,456 \cdot 10^9$. Аналогично в диапазоне частот от 10^{-3} до 10^{-4} ущерб меняется от $5 \cdot 10^9$ до $1 \cdot 10^{10}$ долл. Отсюда значение $k_1 = 5,56 \cdot 10^{12}$ и $k_0 = 1,056 \cdot 10^{10}$. Используем данные величины коэффициентов k_0 и k_1 для нахождения значений функции плотности распределения риска.

Следовательно, выражения, линейно связывающие Q и C , имеют следующий вид:

$$c = 5,456 \cdot 10^9 - 4,56 \cdot 10^{11} q; \quad (22)$$

$$c = 1,056 \cdot 10^{10} - 5,56 \cdot 10^{12} q. \quad (23)$$

Формула (22) для диапазона частот от 10^{-2} до 10^{-3} , а формула (12) – для частот от 10^{-3} до 10^{-4} . Погрешность определения значений составляет 5–15 %.

На рис. 6 в качестве примера приведен график плотности распределения функции риска в случае линейной связи между Q и C для закона гамма-распределения [8].

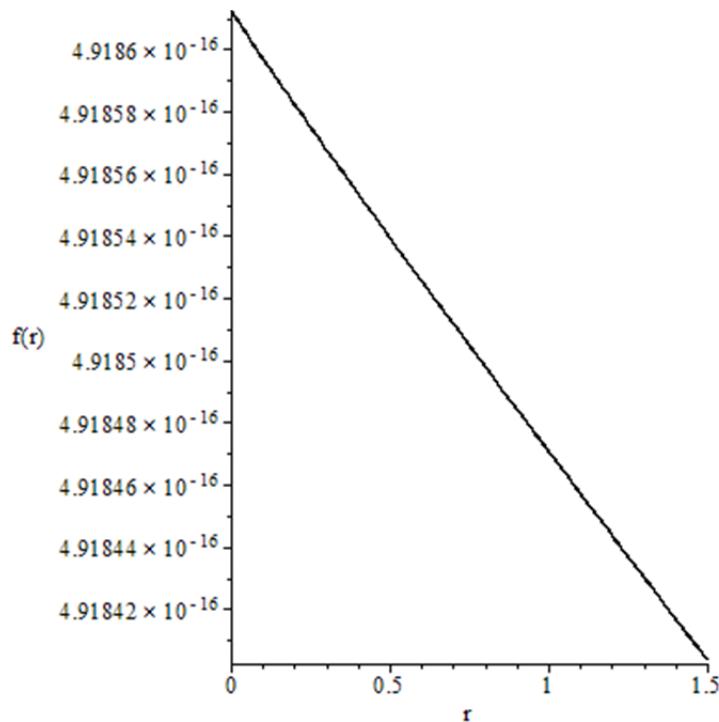


Рис. 6. Зависимость функции плотности риска для гамма-распределения Q и C в случае линейной зависимости с параметрами $k_q = 2$; $\theta_q = 2$; $k_0 = 10^6$; $k_1 = 10^{10}$

5.2. Плотность распределения техногенного риска для случая экспоненциальной зависимости ущерба от вероятности исходных событий

Для определения коэффициентов K_0 и K_1 зависимости вероятности и ущерба $c = k_0 e^{-k_1 q}$ обратимся к исследованию [9, 10], в котором приводится выражение на основе экспериментальных данных для радиационных аварий:

$$\log Q = 6,2 - 1,8 \log C, \quad (24)$$

где Q – вероятность исходных событий, а C – ущерб от радиационной аварии.

Данное соотношение можно преобразовать к форме, содержащей экспоненту вида

$$C = 10^{\frac{6,2}{1,8}} e^{-\ln 10 \frac{\log Q}{1,8}}, \quad (25)$$

что по сути является ни чем иным, как искомой зависимостью $c = k_0 e^{-k_1 q}$. Отсюда значения коэффициентов для радиационных аварий равны $k_0 = 2782,559$ и $k_1 = 1,279$.

Ниже на рис. 7 и 8 в качестве примера приведены графики плотностей распределения функций риска в случае экспоненциальной связи между Q и C .

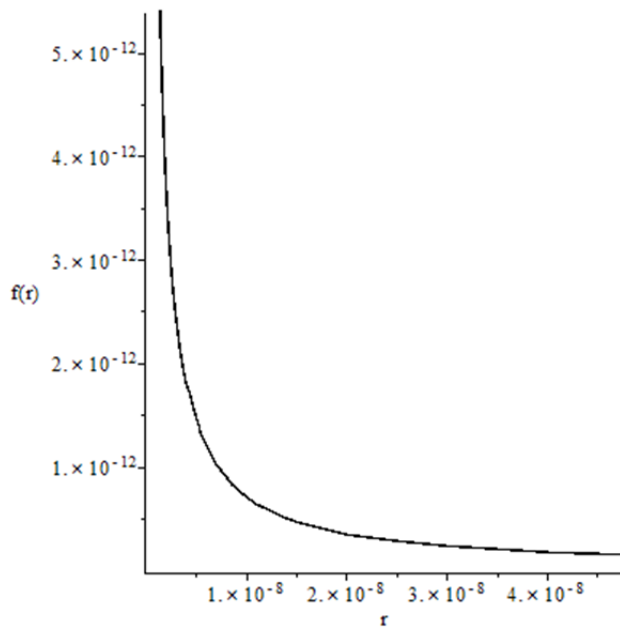


Рис. 7. Зависимость функции плотности риска для гамма-распределения случайных величин Q и C в случае экспоненциальной зависимости с параметрами: $k_q = 2$; $\theta_q = 2$; $k_0 = 10^6$; $k_1 = 10^{10}$

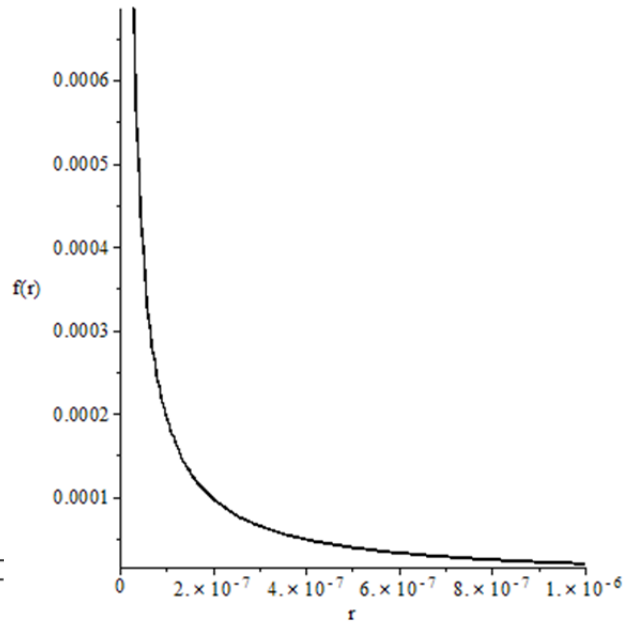


Рис. 8. Зависимость функции плотности риска для гамма-распределения случайных величин Q и C в случае экспоненциальной зависимости с параметрами: $k_q = 1$; $\theta_q = 2$; $k_0 = 10^6$; $k_1 = 10^{10}$

Заключение

По результатам математического моделирования функций расщепления и плотности расщепления случайных величин исходных событий аварий с использованием гамма-распределения можно сделать следующие выводы:

1. Приведены описания исследуемых законов распределения случайных величин исходных событий отказов, аварий, катастроф и ущербов в теории техногенного риска.

Гамма-распределение имеет широкое применение в теории надежности. Этому распределению подчиняется сумма независимых случайных величин, каждая из которых имеет экспоненциальное распределение. Нарботки на отказ сложных технических систем, как правило, имеют гамма-распределение.

2. Получены новые аналитические зависимости для функции и плотности распределения риска: для случаев независимых и зависимых случайных величин вероятности исходных событий и ущерба применительно к закону гамма-распределения.

3. Построены математические модели, описывающие функцию и плотность распределения риска для случая независимых и зависимых случайных величин вероятности и ущерба, приведено обоснование выбора значений параметров для законов распределения.

4. Полученные аналитические зависимости для функций распределения и плотности риска событий рассмотренных видов аварий и катастроф могут использоваться специалистами по безопасности как на стадии проектирования высокоответственных сложных критических систем, так и при их применении по назначению.

Работа поддержана РФФИ (проект 14-01-00230).

Список литературы

1. Острейковский, В. А. Безопасность атомных станций. Вероятностный анализ / В. А. Острейковский, Ю. В. Швыряев. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 352 с.
2. Анализ риска и повышение безопасности водо-водяных энергетических реакторов / Н. А. Махутов, К. В. Фролов, Ю. Г. Драгунов [и др.] ; под ред. М. А. Махутова, М. М. Гаденина ; Ин-т машиноведения им. А. А. Благоправова РАН. – М. : Наука, 2009. – 499 с.

3. Вишняков, Я. Д. Общая теория риска : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / Я. Д. Вишняков. – 2-е изд. – М. : Изд. центр «Академия», 2008. – 368 с.
4. Острейковский, В. А. Количественная оценка риска в теории техногенной безопасности сложных динамических систем / В. А. Острейковский, Е. Н. Шевченко, В. С. Мишкина // Итоги науки. Т.1. Избранные труды международного симпозиума по фундаментальным и прикладным проблемам науки. – М. : РАН, 2013. – Гл. 2. – С. 12–31.
5. Махутов, Н. А. Научные основы оценки террористических рисков и кодирование террористических угроз для сложных технических систем / Н. А. Махутов, Д. О. Резников // Проблемы безопасности и чрезвычайных ситуаций : науч.-техн. сб. – 2015. – № 2. – С. 53–73.
6. Острейковский, В. А. Теория техногенного риска: математические методы и модели : моногр. / В. А. Острейковский ; Сургут. гос. ун-т ХМАО-Югр. – Сургут : КЦ СурГУ, 2013. – 320 с.
7. Акимов, В. А. Надежность технических систем и техногенный риск / В. А. Акимов. – М. : Деловой экспресс, 2002. – 368 с.
8. Острейковский, В. А. Техногенная безопасность и риск от эксплуатации атомных станций : учеб. пособие / В. А. Острейковский, С. П. Саакян. – Обнинск : ИАТЭ НИЯУ МИФИ, 2011. – 160 с.
9. Острейковский, В. А. Анализ моделей распределения характеристик техногенного риска по статистическим данным аварий и катастроф сложных критически важных объектов / В. А. Острейковский, Е. Н. Шевченко // Надежность и качество сложных систем. – 2015. – № 2 (10). – С. 3–12.
10. Муравьев, И. И. Модели оценки фактора времени в теории техногенного риска динамических систем / И. И. Муравьев, В. А. Острейковский, Е. Н. Шевченко // Труды Международного симпозиума Надежность и качество. – 2015. – Т. 1. – С. 24–27.

Острейковский Владислав Алексеевич

доктор технических наук, профессор,
кафедра информатики и вычислительной техники,
Сургутский государственный университет
(628412, Россия, г. Сургут, ул. Ленина, 1)
E-mail: ova@ivt.surgu.ru

Павлов Алексей Сергеевич

аспирант,
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал Национального исследовательского
ядерного университета «МИФИ»
(249040, Россия, г. Обнинск, Студгородок, 1)
E-mail: a-s-pavlov@mail.ru

Погореловский Михаил Александрович

аспирант,
Сургутский государственный университет
(628412, Россия, г. Сургут, ул. Ленина, 1)
E-mail: pogorelovsky_ma@surgu.ru

Аннотация. В статье рассматриваются методы оценки техногенного риска. Получены новые аналитические зависимости для функции и плотности распределения риска для случаев независимых и зависимых случайных величин вероятности исходных событий и ущерба сложных систем применительно к законам гамма-распределения. Получены аналитические зависимости для оценки показателей техногенного риска при независимых случайных величинах вероятностей исходных событий и ущерба. Проведено математическое моделирование функций плотности распределения техногенного риска. Получены аналитические зависимости для оценки показателей техногенного риска при зависимых случайных величинах вероятностей исходных событий

Ostreykovskiy Vladislav Alekseevich

doctor of technical sciences, professor,
sub-department of computer science,
Surgut State University
(628412, 1 Lenin street, Surgut, Russia)

Pavlov Aleksey Sergeevich

postgraduate student,
Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering –
branch of National Research Nuclear University
«MEPhI» (Moscow Engineering Physics Institute)
(249040, 1 Studgorodok, Obninsk, Russia)

Pogorelovskij Mihail Aleksandrovich

postgraduate student,
Surgut State University
(628412, 1 Lenin street, Surgut, Russia)

Abstract. The article deals with method of measuring anthropogenic risks. New analytical relations for function and density of distribution of risk are received: with independent and dependent random variable of probability of initial events and damages in relation to various heper-Erlang distribution laws. Analytical dependence for assessment of technical risk indicators for independent random variables the probability of initiating events and the damage. Mathematical modeling of the functions of technical risk density distribution. Analytical dependences for evaluation of technical risk indicators in the dependent random variables probability of initiating events and the damage. The results of mathematical modeling of functions of technical risk density distribution for different forms depending on the likelihood of

и ущерба. Приведены результаты математического моделирования функций плотности распределения техногенного риска для различных форм зависимости ущерба от вероятности исходных событий.

Ключевые слова: риск, вероятность, ущерб, математическая модель, функция распределения, плотность распределения, закон распределения.

damage to the original event.

Key words: risk, probability, damage, mathematical model, distribution function, density of distribution, distribution law.

УДК 519.87

Poltavsky, A. V.

Математическое моделирование техногенного риска сложных технических систем при гамма-распределении вероятностей исходных событий и ущерба / В. А. Острейковский, А. С. Павлов, М. А. Погореловский // Надежность и качество сложных систем. – 2016. – № 2 (14). – С. 85–96.